

Badania wytrzymałości młodego betonu w stanie trójosiowego ściskania

Young concrete strength under triaxial stress

1. Wstęp

Podstawową właściwością betonu młodego jak i dojrzałego jest wytrzymałość w stanie jednoosiowego ściskania. Wartość tej wytrzymałości jest wykorzystywana w projektowaniu konstrukcji oraz w ocenie ryzyka ewentualnego jej zarysowania. Jest to podejście uzasadnione w wielu przypadkach, gdy występuje jednoosiowy, lub zbliżony do niego stan naprężeń. Jednak znajomość wytrzymałości w stanie jednoosiowego ściskania jest niewystarczającą podstawą do analizy konstrukcji pracujących w złożonym stanie naprężeń. W przypadku złożonego stanu naprężeń w elementach betonowych ważny jest problem: co decyduje o zniszczeniu materiału i jaka jest miara jego wyczerpania. Próba rozwiązania tego problemu prowadzi do formułowania różnych kryteriów zniszczenia betonu, zwanych również hipotezami wytrzymałościowymi. Kryterium zniszczenia materiału w przestrzeni naprężeń (np. w przestrzeni określonej przez naprężenia główne $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) jest powierzchnia graniczna. W przypadku trójosiowego stanu naprężeń zniszczenie następuje, jeżeli linia reprezentująca w przestrzeni naprężeń zmiany ich stanu w elemencie tnje powierzchnię graniczną (1, 2, 3). Kryterium zniszczenia można więc wyrazić w postaci równań opisujących tę powierzchnię graniczną. Wyniki badań wytrzymałości w warunkach trójosiowego ściskania są w tym przypadku niezbędne, jako że wytrzymałość mierzona w stanie jednoosiowego ściskania stanowi zaledwie jeden punkt na omawianej powierzchni. Badania wytrzymałości betonu w warunkach trójosiowego ściskania stanowią więc ważny warunek poznania właściwości betonu i dają pełny obraz wytrzymałości tego materiału oraz pozwalają na ustalenie kryterium zniszczenia koniecznego do analizy konstrukcji pracujących w złożonym stanie naprężeń.

Pomiar wytrzymałości w warunkach trójosiowego ściskania można prowadzić na próbkach walcowych w komorze trójosiowego ściskania. Beton poddawany jest wtedy równomiernym naprężeniom ściskającym ($\sigma_1 = \sigma_2$) na poboczniczy walca oraz ściskaniu w kierunku osi walca (σ_3). Badanie wytrzymałości w warunkach trójosiowego ściskania polega na poddaniu betonu jest dowolnej kombinacji naprężeń w trzech prostopadłych kierunkach ($\sigma_1 \perp \sigma_2 \perp \sigma_3$). Badania takie prowadzone są na próbkach sześciennych. Dla betonu dojrzałego pomiar wytrzymałości w warunkach trójosiowego ściskania wykonywany był rzadko. Najczęściej cytowane w literaturze technicznej są badania Richarta z 1928 roku, Balmera z 1949 roku,

1. Introduction

The strength determined under uniaxial compression tests is a basic mechanical feature of young as well as mature concrete. The value of this strength is used in the design process as well as during the evaluation of the cracking risk in concrete structures. Such approach is reasonable in many practical cases, when the uniaxial stress state or similar to it, is recognized in the structure. However, the uniaxial compressive strength seems to be insufficient in the analysis of the structure subjected to the complex stress state. For concrete structure subjected to multiaxial stress the crucial questions are: what decides about the destruction of concrete and what is the measure of the effort level. An attempt of the answer leads to formulate different failure criteria of concrete, which are also called strength hypothesis. The failure surface represents the failure criterion in the stress space (for instance the stress space can be described by the principal stresses $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$). In the state of multiaxial stress the failure of concrete takes place, when the line representing the variation of its stress state cuts this failure surface (1–3). Therefore, the failure criterion can be expressed by equations describing the failure surface. The results of triaxial tests are in this case indispensable for the determination of the failure surface, because the uniaxial compressive strength characterizes only one point on the discussed surface. Consistently, the experimental tests of concrete under triaxial stress are significant to recognize the properties of this material as well as they are the base for the formulation of failure criteria, which are necessary in the analysis of the concrete structures in the complex stress state.

The mechanical behavior of concrete under triaxial stress state can be investigated on cylindrical specimens using a triaxial cell. In this case concrete is subjected to confining stress ($\sigma_1 = \sigma_2$) in the radial direction and to the axial compressive stress (σ_3). The full triaxial tests of concrete should be done on the cubic specimens subjected to the independent pressure in three perpendicular directions ($\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$). For mature concrete these tests were realized. The most commonly quoted in the technical literature are the results of the triaxial tests given by Richart in 1928, Balmer in 1949, Mills in 1970 and Kupfer in 1973 (1–4), the author does not find in technical literature the investigation of young concrete strength under triaxial stress.

Millsa z 1970 roku oraz Kupfera z 1973 roku (1, 2, 3, 4). Autorka nie natrafiła w literaturze badania wytrzymałości w warunkach trójosiowego ściskania betonu młodego.

2. Program badań

Prezentowane badania wytrzymałości młodego betonu przeprowadzono w aparacie trójosiowego ściskania, w którym $\sigma_1 = \sigma_2 \neq \sigma_3$. Do tego celu wykorzystano specjalną komorę ciśnieniową ELE Hoek Cell TNX. Komora, wykonana ze stali specjalnej jest przeznaczona do badań skał, ale może być również zastosowana do badania betonu (5). Budowę komory pokazano na rysunku 1.

Badania w komorze prowadzono na próbkach walcowych o średnicy $60,81 \pm 0,75$ mm. Długość próbek może wynosić 120–140 mm i powinna być mniejsza niż długość elastycznej osłony poliuretanowej (143,5 mm). Zastosowane próbki miały długość 120 mm.

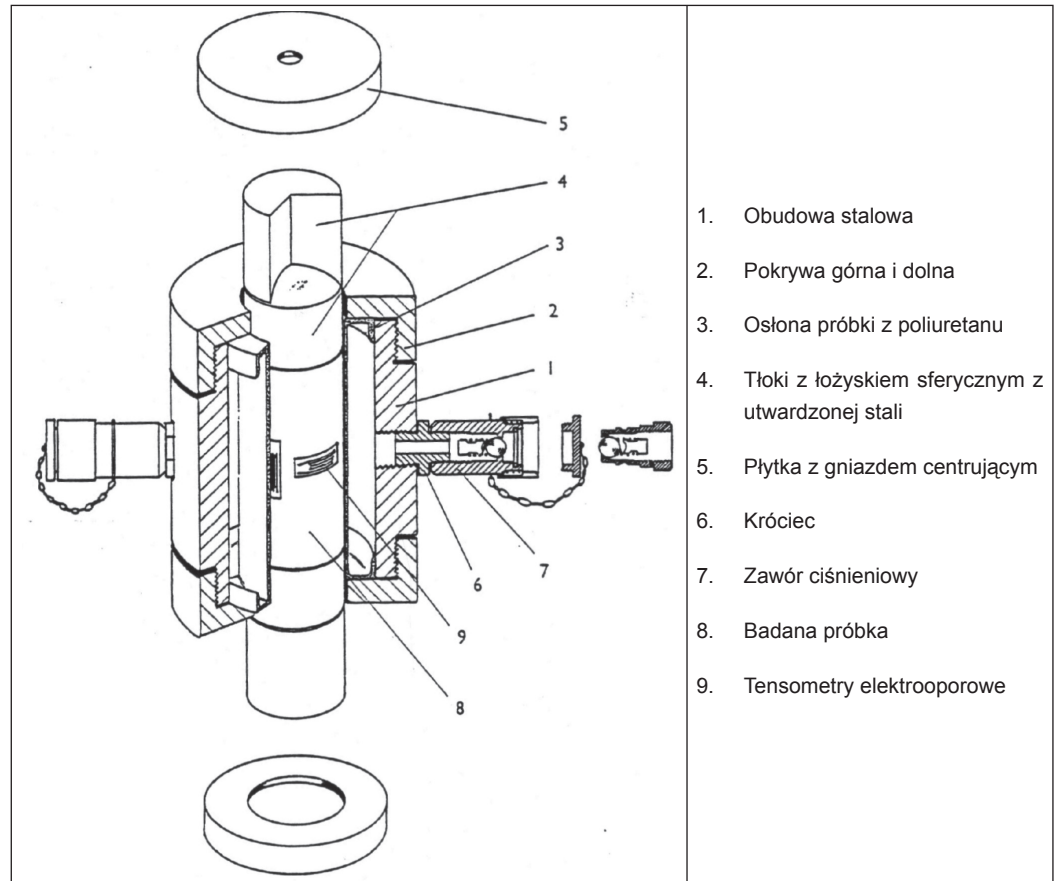
Ciśnienie oleju na poboczniczy walca uzyskiwano za pomocą ręcznej pompy o maksymalnej wartości 70 MPa, a ściskanie wzdłuż osi walca zapewniła prasa hydrauliczna. Po osiągnięciu

Tablica 1 / Table 1

SKŁAD MIESZANEK BETONOWYCH

COMPOSITION OF CONCRETE MIXES

Oznaczenie serii Serie	Seria I Serie I	Seria II Serie II	Seria III Serie III	Seria IV Serie IV
Data betonowania Date	Grudzień'02 December'02	Kwiecień'03 April'03	Czerwiec'03 June'03	Październik'03 October'03
w/c	0,60	0,47	0,47	0,41
Cement CEMI/32,5R, kg/m ³ Cement CEMII/BS 32,5R, kg/m ³	201	175	197	189
Woda, l/m ³ /Water, l/m ³	335	375	420	460
Żwir 8-16 mm, kg/m ³ Aggregate 8-16 mm, kg/m ³	705	727	706	642
Żwir 2-8 mm, kg/m ³ Aggregate 2-8 mm, kg/m ³	264	400	392	424
Piasek, kg/m ³ /Sand, kg/m ³	794	662	645	684



Rys. 1. Schemat budowy komory do badania wytrzymałości betonu w warunkach trójosiowego ściskania

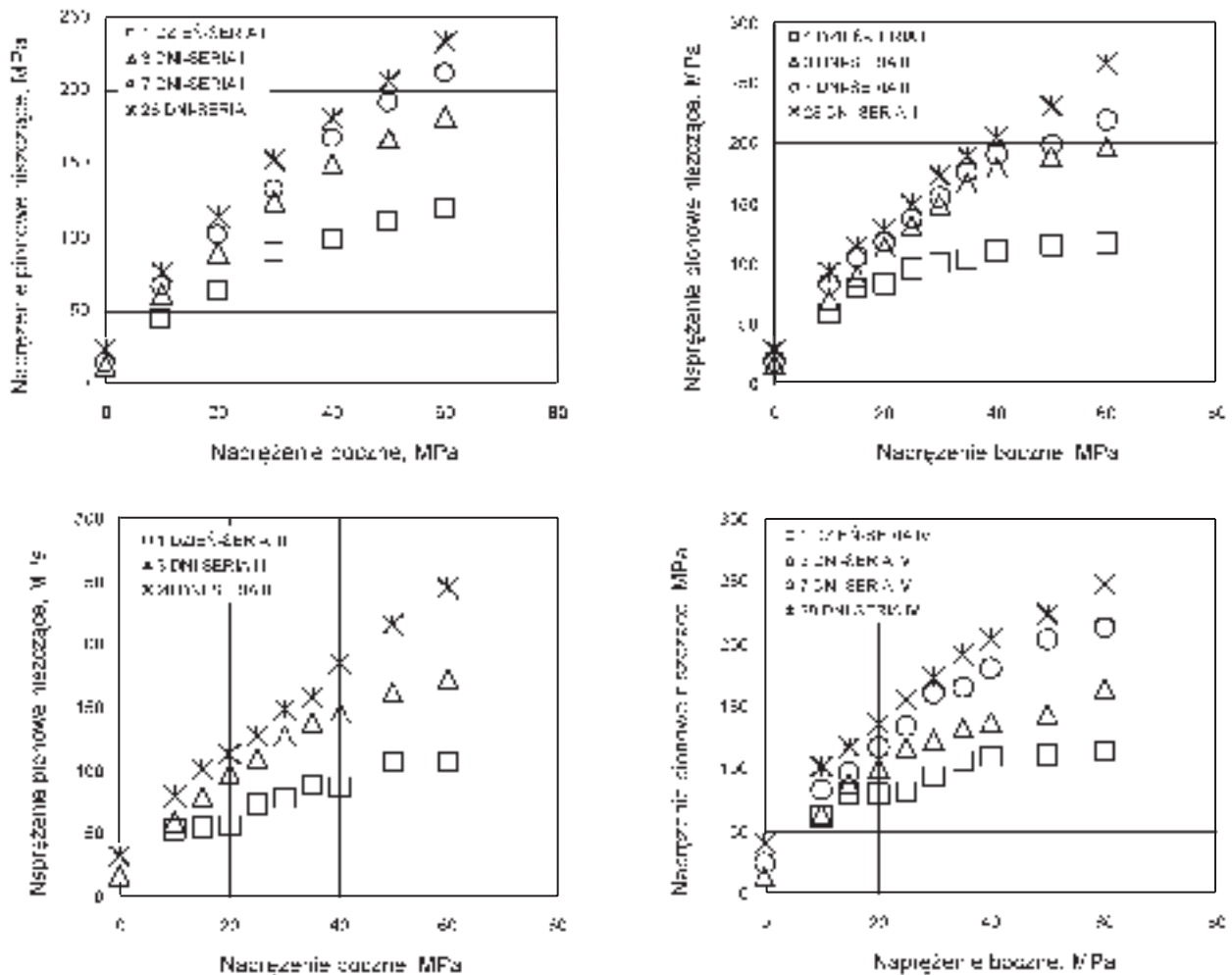
Fig. 1. Triaxial testing device

2. Experimental program

The presented tests were done on cylindrical specimens using a triaxial compression cell ELE Hoek Cell TNX, where $\sigma_1 = \sigma_2 \neq \sigma_3$. The cell that was originally designed for testing the mechanical properties of rock can be adapted for triaxial compression tests of concrete (5). The features of the test apparatus are illustrated in Fig. 1.

The tests were carried out on the cylindrical specimens with a diameter 60.81 ± 0.75 mm. A height could be equal 120-140 mm and simultaneously it must be lower than the length of the rubber jacket (143.5 mm). The specimens with diameter of 61 mm and height of 120 mm were used. It should be pointed that the minimal dimension of specimen fulfils the requirements of the code PN-EN 12390-1/2001 "Testing hardened concrete. Part 1" because it was greater than the maximal dimension of aggregate multiplied by 3.5.

The specimens were compressed axially using the hydraulic pressure machine while the hand-operated pump evoked the confining stress on cylinder side, the range of which was limited to 70 MPa. After reaching



Rys. 2. Wartości naprężeń pionowych niszczących dla poszczególnych serii

Fig. 2. The axial destructive stress for different levels confining pressure
 Perpendicular axis: Perpendicular destructive stress. Horizontal axis: Lateral stress.

założonego stanu hydrostatycznego ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ kolejno 10, 20, 30, 40, 50, i 60 MPa) zniszczenie próbki uzyskiwano przy stałym ciśnieniu bocznym oleju i zwiększającym się naprężeniu osiowym ($\sigma_1 = \sigma_2 < \sigma_3$).

W badaniach ograniczono wzrost ciśnienia wody w porach betonu poprzez zapewnienie możliwości jej wycieku z próbki. Ta metoda pozwala na uzyskiwanie wyższych wartości naprężeń niszczących niż w badaniach, w których wyciek wody z betonu jest niemożliwy (4, 5).

Łącznie przeprowadzono 4 serie pomiarów wytrzymałości w warunkach trójosiowego ściskania po 1, 3, 7 i 28 dniach twardnienia betonu. Przez pierwsze 24 godziny próbki dojrzewały w formach pod przykryciem, w temperaturze 18°C i 100% ww. Po rozformowaniu część próbek służyła do pomiaru wytrzymałości betonu po jednym dniu. Pozostałe próbki przechowywano w temperaturze 18°C i wilgotności względnej 90% przez okres wynikający z kolejnych terminów badań, to jest 3, 7 i 28 dni po wypełnieniu zarobem form. Łącznie zbadano 112 próbek.

Skład poszczególnych serii mieszanek betonowych podano w tablicy 1. Maksymalna średnica zastosowanego kruszywa wy-

the assumed hydrostatic state ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 10, 20, 30, 40, 50, 60$ MPa) crushing of samples was reached by constant confining stress and increasing axial compressive stress ($\sigma_1 = \sigma_2 < \sigma_3$).

It should be mentioned that during the experiment the water pressure in pores of concrete was reduced by the possibility of water leaking. It is documented in the literature that this method gives higher cracking stress than in condition in which water leaking of concrete is not assured (4, 5).

The presented results of strength measurements under triaxial stress cover four concretes after 1, 3, 7 and 28 days of curing. The specimens were first stored 24 hours in moulds at temperature of 18°C and 100% RH. Next, the concrete specimens were demoulded and for some of them one day strength was measured. The remaining specimens were stored at 18°C and 90% RH for the successive strength measurements after 3, 7 and 28 days.

The composition of concrete mixes is given in Table 1.

nosząca 16 mm spełniała wymagania normy PN-EN 12390-1/2001 „Badania betonu. Część 1. Cytowana norma określa podstawowy wymiar próbki jako trzy i pół - krotność wymiaru nominalnego ziarna kruszywa w betonie. Badane próbki spełniają ten warunek: $3,5 \times 16 \text{ mm}$ (maksymalny wymiar kruszywa) = $56 \text{ mm} < 6 \text{ mm}$ (średnica próbki walcowej).

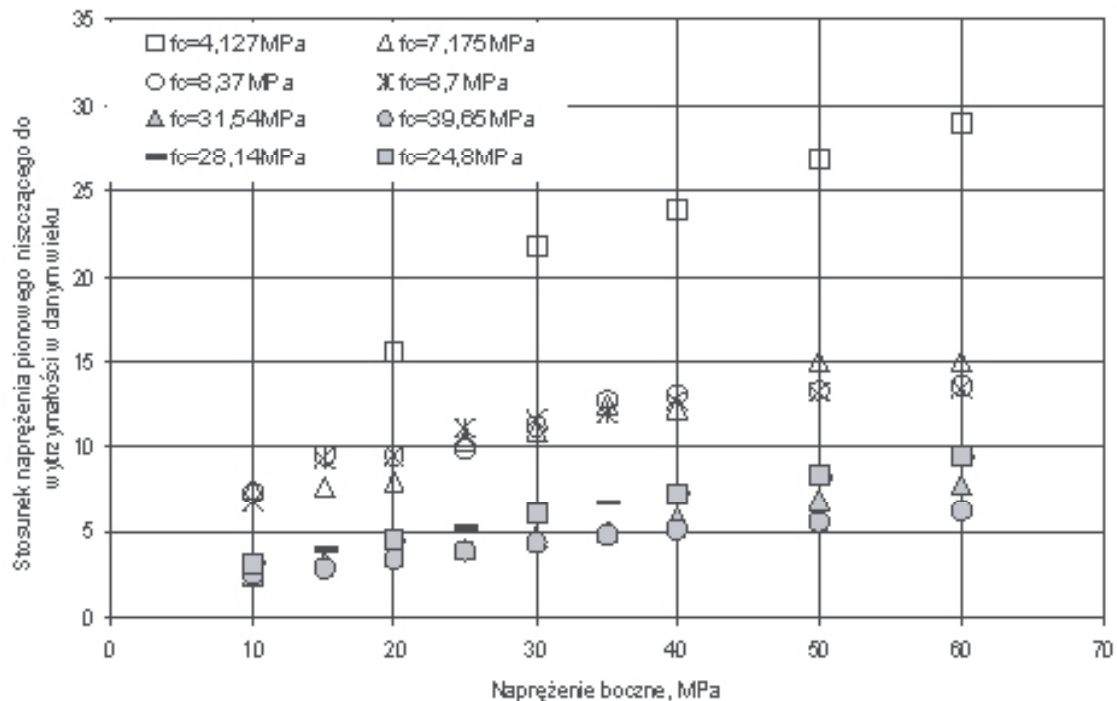
Prezentowane wyniki są częścią szerszego programu badań obejmującego wyznaczenie pól termiczno-wilgotnościowych oraz odkształceń w blokach betonowych o średniej masie. Stąd też projektowany skład mieszanek betonowych miał zapewnić możliwie wysokie temperatury twardnienia betonu. Natomiast celem badań nie był wpływ rodzaju kruszywa i wskaźnika wodno-cementowego na wytrzymałość w warunkach trójosiowego ściskania. Ponieważ skład mieszanek betonowych serii II, III i IV jest bardzo podobny w dalszej części artykułu nie analizowano wytrzymałości betonu w warunkach trójosiowego ściskania z unktu widzenia składu mieszanki betonowej. Wytrzymałość betonu porównywano jedynie w stosunku do wyników uzyskanych w przypadku próbek badanych w warunkach jednoosiowego ściskania. Wytrzymałości te w przypadku betonów serii II, III i IV były różne.

Tablica 2 / Table 2

WARTOŚCI NAPRĘŻEŃ PIONOWYCH NISZCZĄCYCH DLA POSZCZEGÓLNYCH SERII

THE AXIAL DESTRUCTIVE STRESS FOR DIFFERENT LEVELS CONFINING PRESSURE

Wiek betonu, dni Age of concrete, days	Seria Serie	Wytrzymałość jednoosiowa f_c , MPa Uniaxial compressive strength f_c , MPa	Naprężenie pionowe niszczące przy danym ciśnieniu bocznym, MPa Axial failure stress for different confining pressure					
			10	20	30	40	50	60
1	I	4,1	44,1	65,0	90,3	99,2	111,0	119,8
	II	7,2	54,1	56,8	78,2	87,6	107,5	107,5
	III	8,4	61,2	79,8	94,4	109,7	111,5	114,2
	IV	8,7	59,2	83,1	100,5	111,1	114,8	117,5
3	I	13,5	61,6	90,3	125,0	150,7	167,7	183,1
	II	14,5	63,4	101,2	123,5	137,8	144,3	164,5
	III	15,0	67,8	102,7	133,5	167,7	191,6	212,2
	IV	15,3	71,0	113,6	148,9	178,9	189,2	197,0
7	I	16,9	60,2	97,4	127,5	144,7	162,1	173,2
	II	18,9	83,9	119,2	156,1	191,0	199,7	220,5
	IV	25,4	83,5	118,1	161,6	181,6	203,9	213,3
28	I	24,8	77,0	113,6	153,3	181,0	206,4	234,4
	II	28,1	92,3	127,7	172,7	205,3	230,5	265,8
	III	31,5	79,5	112,7	147,8	185,5	216,1	244,6
	IV	39,7	101,6	136,1	173,1	204,3	223,6	247,8

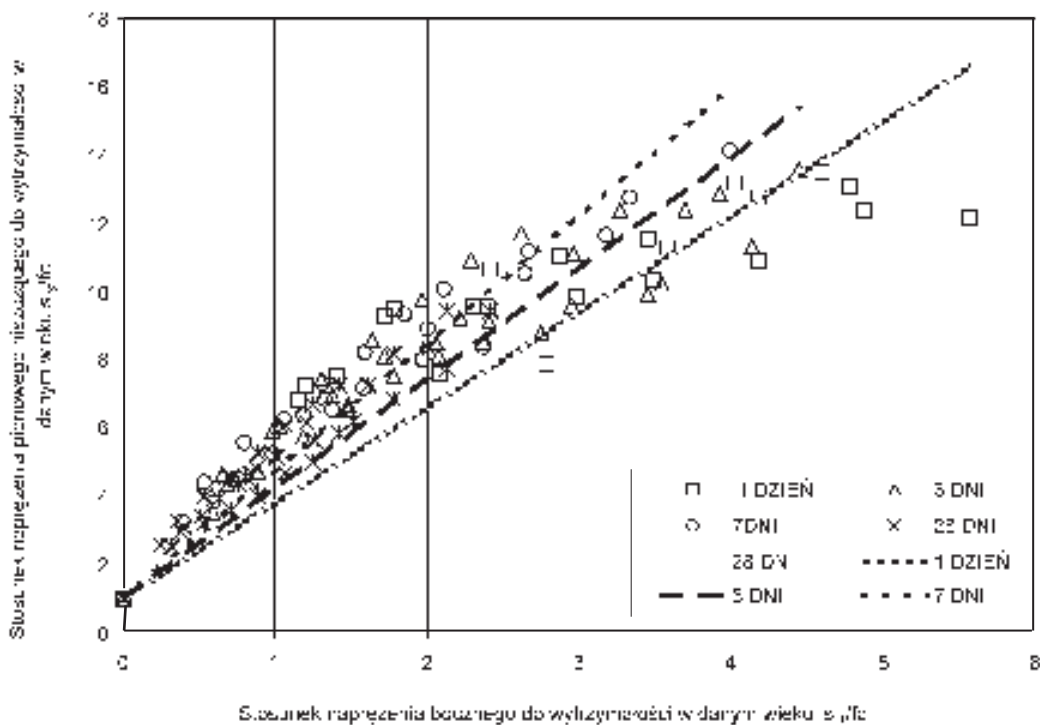


Rys. 3. Pionowe naprężenie niszczące próbek betonu po 1 dniu i 28 dniach twardnienia w zależności od naprężeń bocznych

Fig. 3. The axial destructive stress in triaxial stress test related to the uniaxial compressive strength for concrete specimens after 1 and 28 days of curing

Perpendicular axis: Ratio of destructive perpendicular stress to the strength at given age.

Horizontal axis: Lateral stress.



Rys. 4. Aproksymacja wyników badań równaniami liniowymi

Fig. 4. Approximation of the test results by the linear equations

Perpendicular axis: Ratio of perpendicular destructive stress to the strength at given age.

Horizontal axis: Ratio of lateral stress to strength at given age σ_1/f_c .

3. Wyniki badań

Wartości niszczących naprężeń pionowych uzyskane w trakcie badań przedstawiono na rysunku 2. Zaznacza się duży wpływ naprężeń poprzecznych na wytrzymałość osiową próbek betonu. Już przy stosunkowo niewielkich naprężeniach na poboczniczy walca zniszczenie próbek następowało przy wysokich wartościach naprężeń pionowych. Na przykład w przypadku betonu po 1 dniu, przy naprężeniach bocznych $\sigma_1 = \sigma_2 = 10$ MPa wartość naprężenia pionowego niszczącego wahała się od 49 MPa do 52 MPa, przy naprężeniach bocznych $\sigma_1 = \sigma_2 = 60$ MPa zniszczenie następowało przy wielkości naprężeń wynoszących około 110 MPa. Warto zaznaczyć, że wartości naprężeń pionowych niszczących dla poszczególnych serii są zbliżone, pomimo różnych wytrzymałości w warunkach jednoosiowego ściskania (tablica 2). W przypadku betonu dojrzewającego 28 dni, przy ciśnieniu bocznym $\sigma_1 = \sigma_2 = 60$ MPa uzyskano w poszczególnych seriach wytrzymałość w warunkach trójosiowego ściskania od 234 do 265 MPa, a wytrzymałość w warunkach jednoosiowego ściskania była znacznie mniejsza (tablica 2).

Większą wytrzymałość w warunkach trójosiowego ściskania w stosunku do pomiaru jednoosiowego w przypadku betonów twardniejących 1 dzień i 28 dni przedstawiono na rysunku 3.

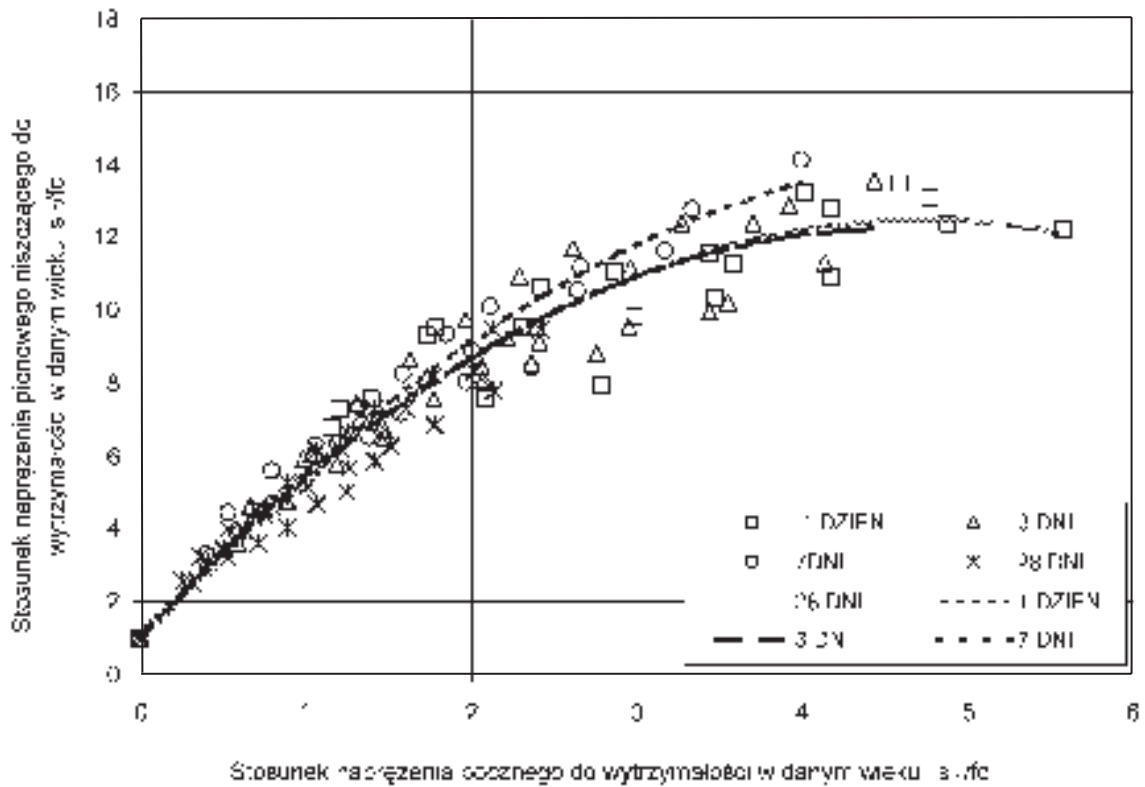
Pomiar wytrzymałości próbek w warunkach trójosiowego ściskania daje wyniki znacznie wyższe od pomiaru w warunkach jednoosiowego ściskania. Na przykład w przypadku naprężeń bocznych wynoszących 60 MPa wytrzymałość na ściskanie próbek w stanie

3. Experimental results

The measured axial stress causing the failure of concrete specimens are depicted in Fig. 2. The great influence of confining stress on the vertical compressive strength of concrete is clearly shown. Already under relatively small confining stress the axial compressive strength was much higher. For example in case of concrete, after one day of hardening the axial destructive stress was in the range from 49 MPa to 52 MPa for the confining stress of $\sigma_1 = \sigma_2 = 10$ MPa, and under confining pressure equal 60 MPa the axial destructive stress was about 110 MPa. It should be mentioned that the values of the destructive stresses are very similar for all series despite of the fact that the uniaxial compressive strength was different for each serie (see Fig. 2). For concrete cured 28 days, the strength under triaxial stress was equal 234 MPa to 265 MPa for confining pressure $\sigma_1 = \sigma_2 = 60$ MPa and the uniaxial compressive strength was considerably lower (Table 2).

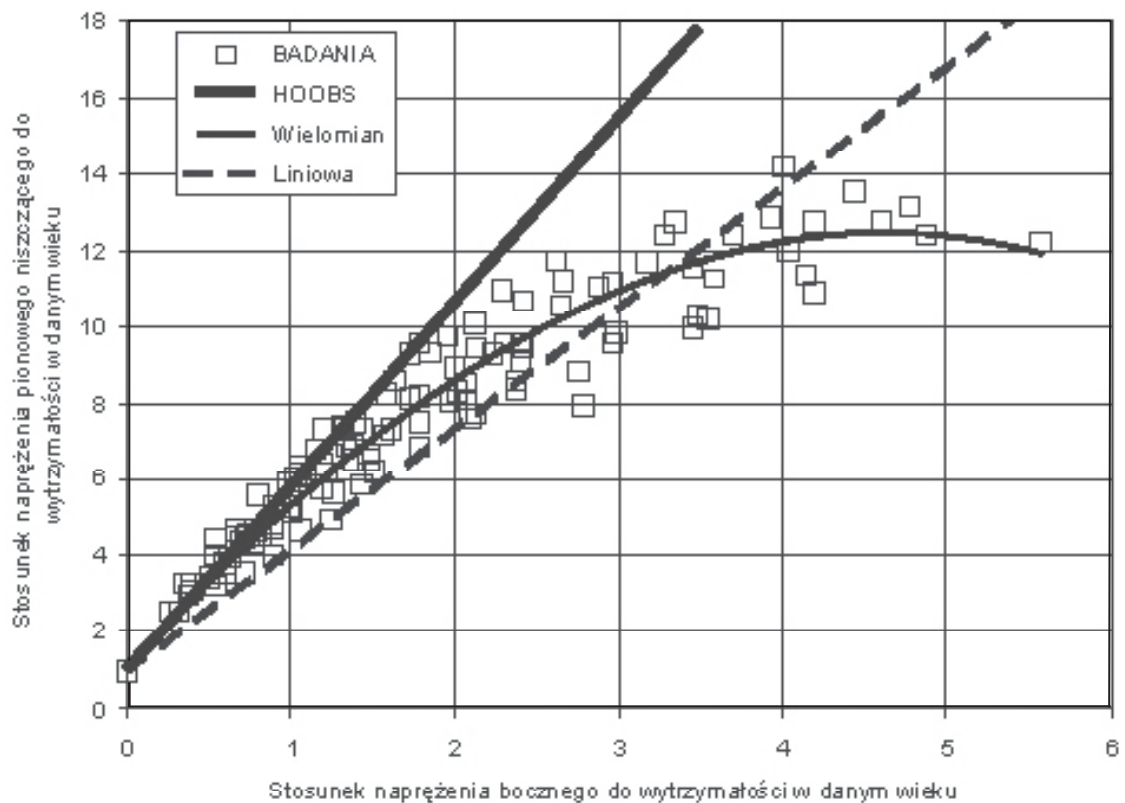
The proportion between the strength under the triaxial compression and uniaxial compressive strength of concrete after one and 28 days of curing is presented in Fig. 3.

The strength measured in triaxial compression tests gives noticeably higher values than in uniaxial compression tests. For one day old concrete, with confining pressure equal 60 MPa, the strength under triaxial stress is greater from about 13 to about 15 times than uniaxial compression strength. For 28 days concrete it is greater from about 6 to about 9. The difference of strength measured in triaxial stress test is the greater of the uniaxial compressive strength



Rys. 5. Aproksymacja wyników badań wielomianem kwadratowym

Fig. 5. Approximation of the test results by the polynomial square equation
 Perpendicular axis: Ratio of perpendicular destructive stress to the strength at given age.
 Horizontal axis: Ratio of lateral stress to strength at given age s_x/f_c .



Rys. 6. Porównanie wyników badań z aproksymacją równaniem liniowym, kwadratowym oraz równaniem Hoobsa

Fig. 6. Approximation of the tests results with the linear equation, the polynomial square equation and its comparison with the equation proposed by Hoobs
 Perpendicular axis: Ratio of perpendicular destructive stress to the strength at given age.
 Horizontal axis: Ratio of lateral stress to strength at given age.

trójosiowego ściskania jest większa niż w warunkach jednoosiowego ściskania 13 do 15 razy po jednym dniu dojrzewania betonu i od 6 do 9 razy po 28 dniach. Różnica wytrzymałości próbki zmierzonej w warunkach trójosiowego ściskania jest tym większa od wytrzymałości znalezionej w przypadku pomiaru w warunkach jednoosiowego ściskania, im ta ostatnia była mniejsza. Jest to zgodne z danymi innych autorów (4), jednak różnica jest większa w przypadku betonu młodego o małej wytrzymałości.

Jak już wcześniej wspomniano badania wytrzymałości betonu w stanie trójosiowego ściskania są nieliczne. Również zagadnieniem związanym z postacią zniszczenia betonu w stanie trójosiowego ściskania poświęcono bardzo mało uwagi. Ogólnie uważa się, że jeżeli zniszczenie próbki następuje przy stałym obciążeniu bocznym i narastającej sile ściskającej osiowo, to w momencie zniszczenia powstają zarysowania równoległe do osi podłużnej walca (1). Stwierdzenie to dotyczy jednak stosunkowo niskiego poziomu naprężeń bocznych. Imran i Pantazopoulou (5) tę postać zniszczenia, przy niskim poziomie naprężeń bocznych, porównują nawet do zniszczenia betonu w stanie jednoosiowego ściskania. W przypadku większych naprężeń bocznych, wynoszących $0,8 \div 1,0 f_c$, nie obserwowano widocznych zarysowań i pęknięć próbek – postać zniszczenia opisano jako zniszczenie struktury betonu związane ze znacznym zmniejszeniem objętości próbek i zmniejszeniem wymiarów porów w betonie (5). Nie przeprowadzono jednak ani w cytowanej pracy (5), ani też w innej (6) badań przy wyższych poziomach naprężeń bocznych. Podkreśla się jednak (4, 5, 6), że gdy naprężenia poprzeczne są duże zachowanie betonu ulega zmianom i mechanizm zniszczenia może być inny.

Przeprowadzone badania wytrzymałości próbek betonu w stanie trójosiowego ściskania prowadzono przy stosunkowo dużych wartościach naprężeń bocznych. Dla betonu jednodniowego naprężenia boczne były nawet dziewięciokrotną wielokrotnością wytrzymałości betonu zmierzonej w warunkach jednoosiowego ściskania, a w przypadku próbek betonu dojrzewających przez 28 dni maksymalny stosunek σ_1 / f_c wyniósł 2,4.

W badaniach obserwowano następujące postacie zniszczenia próbek:

- Zarówno w przypadku betonu młodego jak i dojrzałego, przy niskim poziomie ciśnienia bocznego (około 10 MPa) obserwowano „spęcznienie” walca i szereg drobnych rys pionowych. Sposób zniszczenia pokrywa się tutaj z cytowaną wyżej (1, 5) postacią zniszczenia przy niskim poziomie naprężeń bocznych.
- Przy większych naprężeniach bocznych, w przypadku betonu młodego (1 i 3 dni), obserwowano znaczne zmniejszenie objętości próbek oraz wyciek wody znajdującej się w porach betonu, w trakcie badania. Po wyjęciu próbek walcowych z komory trójosiowego ściskania nie obserwowano żadnych zarysowań, próbki można było jednak bez najmniejszego wysiłku rozkruszyć ręką. Ten sposób zniszczenia wiązać można ze zniszczeniem betonu opisanym w pracy (5).
- W betonie dojrzewającym 7 i 28 dni przy średnich naprężeniach

the lower was the last one. This is in agreement with another experimental results (4). However the discussed difference is greater for young concrete.

As it was already mentioned the measurements of concrete strength under triaxial stress are relatively rare. Also seldom papers are dealing with the failure modes of concrete specimens subjected to the triaxial stress. Regarding the pattern of cracked specimens subjected to the constant confining stress and growing axial compression load, it is recognized that during destruction cracks parallel to vertical axis of cylinder are formed (1). This statement is related however, to the relatively low level of confining stress. Imran and Pantazopoulou (5), the described failure pattern related to the low confining stress compare even to that observed in the uniaxial compression test. For higher values of confining pressure (about $0.8 \div 1.0 f_c$) no visible cracks were observed – the failure pattern is most likely related to the collapse and compaction of the pore structure (5). It should be pointed out that the results of triaxial stress tests with higher level of confining pressure are not discussed in the quoted paper (5) as well as in other (6). However, it is pointed out (4, 5, 6) that for high level of confining pressure the behavior of concrete and the failure mode can be changed.

The presented investigations of concrete behavior under triaxial stress were conducted with relatively high confining pressure. For one day old concrete the confining stress was even 9 times greater than the strength measured during the uniaxial compression and in case of 28 days concrete the maximal ratio σ_1 / f_c was equal 2.4.

The following failure patterns were observed during the experiments:

- In testing both young and mature concrete, for low levels of confining pressure (for e.g. 10, 20 MPa) the increase of volume of cylinder and many perpendicular microcracks were observed. This failure pattern is in agreement with the quoted publications (1, 5) in case of low confining stress.
- For higher confining pressure, in case of young concrete after 1 and 3 days of curing, the considerable reduction in volume of specimens and the leaking of pores water in concrete was found. No visible macrocracks were observed on the specimens' surfaces, but it was possible to crush the specimens manually. This mode of specimens' destruction is similar to the failure of concrete described in paper (5).
- For concrete cured 7 and 28 days and in case of average confining pressure (about 30 to 40 MPa) no visible macrocracks, but only the decrease of specimens volume have been found. However, it was possible to break easily the specimens into 2 or 3 pieces. For high confining stress (about 50, 60 MPa), the horizontal cutting of the cylinder in case of specimens cured 7 and 28 days, in 2 or 3 pieces was visible. Both for medium and high confining stresses the notable decrease in the volume of specimens appeared. According to the suggestions given in paper (5) the compaction of the pore structure and destruction of concrete microstructure took place in this case. The observed horizontal cutting can be explained by no possibility

bocznych, rzędu 30,40 MPa po wyjęciu próbek z komory trójosiowego ściskania nie obserwowano widocznych zarysowań i pęknięć w próbkach a jedynie zmniejszenie ich objętości. Można było natomiast bez wysiłku przełamać próbki na 2 lub 3 części. Przy wysokim poziomie naprężeń bocznych (rzędu 50,60 MPa) w próbkach 7 i 28-dniowych, po wyjęciu ich z komory trójosiowego ściskania, obserwowano poziome ścięcie walca w dwóch lub trzech płaszczyznach. Zarówno przy średnim, jak i wysokim poziomie naprężeń bocznych następowało również znaczne zmniejszenie objętości próbek. Zgodnie z sugestiami zawartymi w pracy (5) w tym przypadku następuje zmniejszenie się objętości porów w betonie i zniszczenie struktury betonu. Obserwowane poziome ścięcie próbek może być związane z brakiem możliwości równomiernego „kurczenia” się próbki – w strefie środkowej swoboda ta jest niewątpliwie większa niż w strefach górnej i dolnej – miejscu styku próbki z tłokami aparatu trójosiowego ściskania.

4. Aproksymacja wyników badań

Wyniki badań doświadczalnych zwykle skłaniają nie tylko do sformułowania ogólniejszych wniosków jakościowych lecz również do proponowania opisów funkcyjnych. Do znanych z literatury zależności określających wytrzymałość betonu uzyskaną w wyniku trójosiowego ściskania należą propozycja Hooba (4):

$$\frac{\sigma_3}{f_c} = 1 + 4,8 \cdot \frac{\sigma_1}{f_c}, \quad [1]$$

oraz Richarta (5):

$$\frac{\sigma_3}{f_c} = 1 + 4,1 \cdot \frac{\sigma_1}{f_c}, \quad [2]$$

gdzie:

f_c – wytrzymałość w stanie jednoosiowego ściskania (w dalszej części artykułu wytrzymałość tę przyjmowano jako właściwą dla danego wieku betonu), MPa,

σ_1 – naprężenie ściskające na pobocznicy walca, MPa,

σ_3 – naprężenie pionowe niszczące, MPa.

Przybliżenie wyników badań równaniami liniowymi przedstawiono na rysunku 4.

Przykładowe równanie opisujące wytrzymałość betonu po 28 dniach twardnienia ma postać:

$$\frac{\sigma_3}{f_c} = 1 + 3,82 \cdot \frac{\sigma_1}{f_c}, \quad R^2 = 0,925, \quad [3]$$

gdzie R oznacza współczynnik determinacji.

Przybliżenie wyników badań wielomianem kwadratowym przedstawiono na rysunku 5. Przykładowe równanie określające przybliżoną wytrzymałość betonu twardniejącego 7 dni miało postać:

to the even shrinkage of the specimens. In the upper and lower part the specimen is in contact with the steel pistons of triaxial cell in contrary to its middle part where the free deformation is possible.

4. Analysis of the tests results

In technical literature some mathematical relationships determining the strength of concrete under triaxial stress can be found and among others the equation given by Hoobs (4):

$$\frac{\sigma_3}{f_c} = 1 + 4,8 \cdot \frac{\sigma_1}{f_c}, \quad [1]$$

and also by Richart (5):

$$\frac{\sigma_3}{f_c} = 1 + 4,1 \cdot \frac{\sigma_1}{f_c}, \quad [2]$$

where:

f_c – the strength determined in the uniaxial compression test; further in the paper this strength was taken as correct for the given age of concrete, MPa,

σ_1 – the confining stress, MPa,

σ_3 – the axial strength under triaxial stress, MPa.

Approximation of the experimental results by linear equation is presented in Fig. 4. For 28-day old concrete the following equation was derived:

$$\frac{\sigma_3}{f_c} = 1 + 3,82 \cdot \frac{\sigma_1}{f_c}, \quad R^2 = 0,925, \quad [3]$$

where R is a coefficient of determination.

Approximation of experimental results by the polynomial square equation is shown in Fig. 5. These equations for concrete of different age are the following:

$$\frac{\sigma_3}{f_c} = 1 + 4,984 \cdot \frac{\sigma_1}{f_c} - 0,464 \cdot \left(\frac{\sigma_1}{f_c}\right)^2, \quad R^2 = 0,970 \quad [4]$$

By regress analysis of all test results, without consideration of the age of concrete, the linear equation was obtained (Fig. 6):

$$\frac{\sigma_3}{f_c} = 1 + 3,173 \cdot \frac{\sigma_1}{f_c}, \quad R^2 = 0,805, \quad [5]$$

and the polynomial square equation:

$$\frac{\sigma_3}{f_c} = 1 + 4,889 \cdot \frac{\sigma_1}{f_c} - 0,523 \cdot \left(\frac{\sigma_1}{f_c}\right)^2, \quad R^2 = 0,952. \quad [6]$$

It can be seen from Fig. 4, 5 and 6 that the polynomial square equation fits much better to the results of experimental tests than the linear equation. The linear equations can be applicable for the appraisal of the triaxial compressive strength only for the relatively

$$\frac{\sigma_3}{f_c} = 1 + 4,984 \cdot \frac{\sigma_1}{f_c} - 0,464 \cdot \left(\frac{\sigma_1}{f_c}\right)^2, \quad R^2 = 0,970 \quad [4]$$

Biorąc pod uwagę wszystkie wyniki badań, bez uwzględnienia wieku betonu (rysunek 6) otrzymano równanie liniowe w następującej postaci:

$$\frac{\sigma_3}{f_c} = 1 + 3,173 \cdot \frac{\sigma_1}{f_c}, \quad R^2 = 0,805, \quad [5]$$

oraz równanie kwadratowe:

$$\frac{\sigma_3}{f_c} = 1 + 4,889 \cdot \frac{\sigma_1}{f_c} - 0,523 \cdot \left(\frac{\sigma_1}{f_c}\right)^2, \quad R^2 = 0,952. \quad [6]$$

Porównując punkty pomiarowe i ich przybliżenia równaniami pokazane na rysunkach 4, 5 i 6 można zauważyć, że znacznie lepsze wyniki daje wielomian kwadratowy. Wytrzymałość w stanie trójosiowego ściskania opisana równaniem liniowym daje dobre przybliżenie tylko dla niskiego poziomu naprężeń bocznych, a w przypadku większych wartości σ_1 / f_c odchylenia są większe niż zapewniają wzory Hoobsa [1] i Richarta [2]. Do podobnych wniosków doszli Lan i Guo (6). Opis wyników wielomianem kwadratowym daje lepsze przybliżenie (rysunek 5).

5. Wnioski

1. Wytrzymałość próbek betonu badana w warunkach trójosiowego ściskania różni się znacznie od stosowanego z reguły ściskania jednoosiowego.
2. Różnice te są zmienne i największe wartości występują w przypadkach małej wytrzymałości próbek.
3. Uzyskane wyniki mogą posłużyć do wyznaczenia równań granicznej powierzchni zniszczenia betonu.

low value of the confining pressure. When the higher values σ_1 / f_c are considered the inclination of the straight line is smaller than the suggestion given by Hoobs [1] and Richart [2]. The similar suggestion is presented by Lan and Guo (6). The polynomial square equation gives better correlation with the test results (Fig. 5).

5. Conclusions

1. The strength of concrete specimens under triaxial stress test is different from that found in uniaxial compression also in the case of young concrete.
2. The differences of strength in both states of stress are the greatest the lowest is the strength of concrete. This difference is more pronounced in case of young concrete.
3. The obtained results in the determination of the equations of the failure surface of concrete have confirmed also, that in dependence of the magnitude of confining stress and age of concrete, the failure pattern of specimens can differ significantly.

Literatura / References

1. T. Godycki-Ćwirko, *Mechanika betonu*. Arkady, Warszawa 1982.
2. W. F. Chen, *Plasticity in Reinforced Concrete*. McGraw Hill Book Company, 1982.
3. S. Majewski, *Mechanika betonu konstrukcyjnego w ujęciu sprężysto-plastycznym*. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2003.
4. A. M. Neville, *Właściwości betonu*. Polski Cement, Kraków 2000.
5. I. Imran, S. J. Pantazopoulou, *Experimental Study of Plain Concrete under Triaxial Stress*. ACI Materials Journal, V.93, No. 6, pp. 589-601, November-December, (1996).
6. Shengrui Lan, Zhenhai Guo, *Experimental Investigation of Multiaxial Compressive Strength of Concrete under Different Stress Paths*. ACI Materials Journal, V.94, No.5, pp.427-434, September-October, (1997).
7. B. Klemczak, S. Majewski, *Numeryczne modelowanie twardniejącego betonu*. XLVI Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, tom 2, Krynica 2000.
8. B. Klemczak: *Lepko-sprężysto-plastyczny model materiałowy do numerycznej symulacji zjawisk zachodzących we wczesnym okresie dojrzewania betonu*. Praca doktorska, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej,