

## Podwójna karta CUSUM do kontroli jakości rodziny betonu

## Dual Cusum chart for the quality control of concrete family

**Keywords:** rodzina betonu, monitorowanie wytrzymałości, wykres CUSUM

### 1. Wprowadzenie

Wykresy sum skumulowanych (CUSUM) są sprawdzonymi technikami poprawy produkcji, są skuteczne w ograniczeniu wadliwości, zapobiegają niepotrzebnym korektom procesów, dostarczają informacji diagnostycznych oraz informacji na temat zdolności procesu. Karty kontrolne CUSUM to jedne z najważniejszych narzędzi zarządzania jakością (6, 17-19, 22). Wykresy kontrolne CUSUM zawierają informacje w kolejności wprowadzania próbek, poprzez wykreślenie skumulowanych sum odchyleń wartości próbek od wartości docelowej. Wykresy CUSUM przedstawiają sumę skumulowaną i łączą informacje z kilku próbek, a więc wykresy CUSUM są bardziej skuteczne niż wykresy Shewharta, bowiem są one czułe na drobne przesunięcia wartości średniej procesu, których nie można by było wykryć, stosując jedynie klasyczną kartę kontrolną. Jeśli proces pozostaje pod kontrolą na docelowej wartości średniej -  $\mu_0$ , wykres CUSUM powinien zmieniać się losowo o około zero. Jeśli jednak średnia przesunie się w górę do pewnej wartości  $\mu_1 > \mu_0$ , wówczas w skumulowanej sumie (CUSUM) pojawi się przesunięcie w górę. Proces działa również odwrotnie. Jeśli średnia przesunie się w dół do pewnej wartości  $\mu_2 < \mu_0$ , wówczas pojawi się przesunięcie w dół w CUSUM (6-8, 11-13, 24).

Dlatego też, jeśli w wykreślonych punktach pojawi się tendencja - w górę lub w dół, powinniśmy uznać to za dowód, że średnia procesu się zmieniła i należy rozpocząć poszukiwania przyczyny rozregulowania procesu produkcyjnego. Aby ustalić, czy proces wymyka się spod kontroli, można ustanowić formalną metodę decyzyjną w postaci okrojonej maski w kształcie litery V, popularnie zwanej V-mask (15, 6, 22).

Wykresy CUSUM są skuteczniejsze niż wykresy Shewharta w wykrywaniu małych i umiarkowanych trwałych zmian parametrów rozkładu prawdopodobieństwa charakterystyki jakościowej. Mimo, że w niektórych przypadkach wykresy CUSUM są bardziej przy-

**Keywords:** concrete family, strength monitoring, CUSUM chart

### 1. Introduction

Cumulative Sum (CUSUM) charts are proven techniques for improving productivity, are effective in defect prevention, prevent unnecessary process adjustments, provide diagnostic information and provide information about process capability. CUSUM control charts are amongst some of the most important management control tools (6, 17-19, 22). CUSUM control charts directly incorporate all the information in the sequence of sample values by plotting the cumulative sums of the deviations of the sample values from a target value. The CUSUM chart presents the cumulative sum and they combine information from several samples, so CUSUM charts are more effective than Shewhart charts for detecting small process shifts. If the process remains in control at the target mean value -  $\mu_0$ , the CUSUM chart should vary randomly about zero. However, if the mean shifts upward to some value  $\mu_1 > \mu_0$ , then an upward or positive drift will develop in the cumulative sum (CUSUM). Conversely, if the mean shifts downward to some value  $\mu_2 < \mu_0$ , then a downward or negative drift in CUSUM will develop (6-8, 11-13, 24).

Therefore, if a trend develops in the plotted points - either upward or downward, we should consider this as evidence that the process mean has shifted, and a search for some assignable cause should be initiated. For determining whether the process is out of control, a formal decision procedure can be laid down in the form of a truncated V-shaped mask popularly known as V-mask (15, 6, 22).

CUSUM charts are more effective than Shewhart charts in detecting small and moderate-sized sustained shifts in the parameters of the probability distribution of a quality characteristic. Though in some cases CUSUM charts are very useful, they are not meant to replace the Shewhart chart, which can be used to detect a wider assortment of effects due to assignable causes. It is, therefore, frequently recommended that Shewhart control lines be used in conjunction with CUSUM charts. In Statistical Process Control

datne, to nie mają one na celu zastąpienia wykresu Shewharta, który może być użyty do wykrycia różnego rodzaju wad. Często więc zaleca się stosowanie linii kontrolnych Shewhart w połączeniu z wykresami CUSUM. W metodach Statystycznej Kontroli Procesu (SPC) karty kontrolne są głównymi narzędziami używanymi do monitorowania i ulepszania procesów produkcyjnych (27-29).

Podjęto również próby zastosowania techniki CUSUM jako skutecznego narzędzia do monitorowania jakości w przemyśle budowlanym, zwłaszcza w produkcji betonu. Niniejszy artykuł ma na celu przedstawienie, jak skutecznie technika CUSUM może być stosowana jako narzędzie monitorowania jakości rodzin betonu.

W rzeczywistości, ryzyko pojawia się podczas kontroli jakości betonu i łączenia poszczególnych klas betonu w jedną rodzinę.

Konwencjonalny wykres CUSUM można skutecznie wykorzystać do monitorowania średniej wytrzymałości, odchylenia standardowego i zakresu wytrzymałości na ściskanie próbek różnych klas betonu należących do jednej rodziny betonu, a produkowanych przez wytwórnie betonu towarowego.

Karta sum skumulowanych jest ważną statystyczną techniką sterowania procesem do monitorowania i analizy wytrzymałości betonu towarowego. Wytrzymałość na ściskanie kostek betonowych jest zazwyczaj określana po 2, 7 i 28 dniach. CUSUM to skumulowana suma odchyleń rzeczywistej wytrzymałości na ściskanie uzyskanej na kostkach betonowych w odniesieniu do docelowej średniej wytrzymałości na ściskanie klasy betonu. Aby zastosować technikę CUSUM w produkcji mieszanki betonowej, praktycy powinni obserwować, czy analizowane wyniki próbek różnych klas należą do jednej populacji, a zarazem jednej rodziny betonu, a następnie sprawdzić, czy są one zgodne z V maską. Przy stosowaniu tej techniki docelowa wartość wytrzymałości na ściskanie jest odejmowana od każdej z obserwacji (wartości próbek), zapewniając dodatnie i ujemne różnice. Te różnice są dodawane w celu uzyskania CUSUM. Gdy suma ta jest wykreślona graficznie w stosunku do sekwencji wyników, tworzona jest wizualna prezentacja tendencji względem maski V. Ten konwencjonalny wykres CUSUM nie uwzględnia ryzyka podczas łączenia poszczególnych klas betonu z rodziną betonu. W tym artykule zaproponowano metodę podwójnego wykresu CUSUM, który staje się analizą jakości dla grupowania wyników w przypadku różnych klas betonu w jedną rodzinę betonu.

## 2. Rodzina betonu

Betony, które można ze sobą wiarygodnie powiązać, można pogrupować w rodziny, a połączone dane z rodziny można wykorzystać do kontroli zgodności. Dla podstawowego łączenia betonów w rodziny dostępne są następujące wskazówki (1-5, 9-10, 12, 14, 20-21):

- jeden rodzaj cementu, klasa wytrzymałości, pochodzenie
- podobne kruszywa
- betony z domieszkami redukujące ilość wody/ plastyfikujące lub brak tych domieszek

(SPC) methods the control charts are major tools used for monitoring and improving manufacturing processes (27-29).

Attempts have been made to also apply the CUSUM technique as an effective quality monitoring tool in the construction industry, especially in concrete production. Our research is an effort to investigate how effectively the CUSUM technique can be applied as a quality monitoring tool for concrete families.

In reality, some risks are involved during the quality control of concrete and joining concrete classes in one of the concrete families. The conventional CUSUM plot can be effectively used for monitoring mean strength, standard deviation and range of cube compressive strength samples of various classes of concrete in one of the concrete families produced by RMC plants.

Cumulative Sum (CUSUM) chart is an important statistical process control technique for the monitoring and analysis of the strengths of ready mixed concrete. The compressive strength of concrete cubes is generally tested after 2 days, 7 days and 28 days. CUSUM is the cumulative sum of deviations of actual compressive strengths obtained from the target mean compressive strength of the concrete class. To apply the CUSUM technique in ready mix concrete production, practitioners should compare the test, whether the analyzed results of different classes belong to one population and also one family and check whether they are consistent with the V mask of compliance. In applying this technique, the target compressive strength value is subtracted from each of the observations (or sample), providing positive and negative differences. These differences are added to obtain the CUSUM. When this cumulative sum is plotted graphically against the sequence of results, a visual presentation of the trend relative to the V mask is made. This conventional CUSUM plot does not consider the risks during the joining of an individual concrete class to the concrete families. In this paper we propose a method of a dual CUSUM chart that becomes a quality analysis for grouping each individual concrete into a concrete family.

## 2. Concrete family

Concretes that can be reliably related to each other can be grouped into families, and the combined data from the family can be used for conformity control. For a basic family description, the following guidelines are available (1-5, 9-10, 12, 14, 20-21):

- cement of one type, strength class and source
- similar aggregates
- concretes with or without a water reducing/plasticizing admixture
- full range of slump classes
- concretes of a few strength classes.

Furthermore, concretes containing a Type II additive (i.e. a pozzolanic or latent hydraulic addition) or a high range of water reducing, superplasticizing, retarding or air entraining admixtures should be

- pełny zakres konsystencji
- betony kilku klas wytrzymałościowych.

Ponadto betony zawierające dodatek typu II (tj. pucolanowy lub utajony dodatek hydrauliczny) lub duży zakres domieszek redukujących wodę, superplastyfikujących, opóźniających lub napowietrzających powinny być umieszczane w oddzielnej rodzinie lub traktowane jako pojedynczy beton (9, 23, 25-26).

Aby zastosować koncepcję rodziny, wyniki wytrzymałości członków rodziny są przeliczane na równoważną wartość wytrzymałości betonu odniesienia, który jest najczęściej członkiem rodziny, klasą betonu o największej liczbie wyników badań lub składem betonu najbliższym średniej wytrzymałości (25-26). Otrzymana tak grupa transponowanych danych jest następnie wykorzystywana do sprawdzenia kryterium zgodności wytrzymałości betonu na ściskanie.

Teoretycznie metoda ta prowadzi do mniejszego ryzyka zarówno konsumenta, jak i producenta, w porównaniu z kontrolą zgodności poszczególnych składników rodziny z mniejszą ilością danych (4, 25-26), ponieważ większą liczbę wyników badań można wykorzystać do wykonania kontroli zgodności. Wprowadza się jednak dodatkową niepewność związaną z relacją transformacji między wynikami wytrzymałości składników rodziny, a betonem odniesienia.

### 2.1. Metody transformacji

W celu przekształcenia wyników badań wytrzymałości członków rodziny na wytrzymałość betonu odniesienia można zastosować różne metody transformacji. W (10) wymieniono następujące metody:

- oparta na efekcie proporcjonalności wytrzymałości
- wytrzymałościowa, zakładająca liniową zależność wytrzymałości betonu od współczynnika w/c
- transformacji na podstawie współczynnika w/c.

Dwie ostatnie metody nie są często stosowane (1-3, 25-26). W pierwszej metodzie określa się różnicę wytrzymałości między wytrzymałością charakterystyczną członka rodziny i każdym indywidualnym wynikiem wytrzymałości, a następnie tę różnicę dodaje się do wytrzymałości charakterystycznej betonu odniesienia, w celu uzyskania równoważnej wytrzymałości (1-3, 10).

W analizie danych szeroko stosowana i dobrze opisana jest analiza błędów. Wprowadzono w niej koncepcję całkowitego błędu kontroli. Ten błąd jest podzielony na dwa podstawowe elementy: błąd pomiaru i błąd pokrycia. Na etapie połączenia danych mogą wystąpić dwa rodzaje błędów: połączenie i błędne połączenie, które mogą obciążać szacunki obliczone na podstawie analizowanych danych. I to błędy pokrycia są przede wszystkim wynikiem błędów spowodowanych nieprawidłową imputacją i kalibracją danych. I tak, łącząc wyniki badań wytrzymałości na ściskanie różnych klas bez uzasadnienia (np. betonu konstrukcyjnego i niekonstrukcyjnego), uzyskujemy tylko pozorną przewagę. Zgodnie z zasadami

put into a separate family or treated as an individual concrete (9, 23, 25-26).

For the application of the family concept, the strength results of the family members are transposed into an equivalent value of a reference concrete, which is most often the member with the highest number of test results or the concrete type closest to the average strength of the family (25-26). This larger group of transposed data is then used to check the conformity criteria for the compressive strength.

Theoretically, this procedure leads to a lower risk for both the consumer and the producer in comparison to the conformity control of individual family members with less data (4, 25-26), because a higher number of test results can be used to perform the conformity control. However, an additional uncertainty is introduced, which is related to the transformation relation between the strength results of family members and the reference concrete.

### 2.1. Transformation methods

In order to transform the test results of the family members to the test results of the reference concrete, different transformation methods can be used. Johnson and Leone (10) the following methods are mentioned:

- strength method based on a proportional effect
- strength method based on a straight-line relation between strength and w/c ratio
- w/c ratio method for transposing data.

The last two methods are not frequently used (1-3, 25-26). In the first method the difference in strength between the specified characteristic strength of the family member and each individual strength result is determined, and this difference is then applied to the characteristic strength of the reference concrete, to obtain the equivalent strength (1-3, 10).

In the data analysis, error analysis is widely used and well described, in which the concept of total audit error is introduced. This error is disaggregated into two basic components: measurement error and coverage error. Two types of errors can occur at the merger stage: connection and erroneous connection, which can bias estimates calculated using the analyzed data. And it is the coverage errors that are primarily the result of errors caused by incorrect imputation and data calibration. And so, in combining the results of the compressive strength tests of various classes without justification (e.g. structural and non-structural concrete), we obtain only an apparent advantage. According to statistics rules, you should not combine results without justification. Parametric tests should be used, e.g. in the case of combined different concrete classes, the Levene's test for equality of means resistant to deviation from the assumption of normality of the distribution can be used.

Theoretically, by using the family concept and combining the results of the compressive strength tests of various concrete classes, concrete producers are able to check conformity on a higher number

statystyki nie należy łączyć wyników bez uzasadnienia, dlatego należy użyć omiarów parametrycznych, np. w przypadku łączenia betonów różnych klas. Do badania równości średnich łączonych klas betonów w rodzinę betonu można zastosować test Levene'a, odpornego na odstępstwa od rozkładu normalnego analizowanych danych.

Teoretycznie, stosując koncepcję rodziny i łącząc wyniki pomiarów wytrzymałości na ściskanie różnych klas betonu, producenci betonu są w stanie sprawdzić zgodność na większej liczbie mieszanek betonowych, co jest korzystne zarówno dla producenta, jak i konsumenta. Producent może poprawić jakość swojego produktu i jest w stanie szybciej wykryć zmiany w swojej produkcji. Konsument ze swojej strony uzyskuje większą pewność co do jakości uzyskanego produktu. W praktyce podejście do łączenia wszystkich wyprodukowanych klas betonu nie jest uzasadnione i nie jest zgodne z zasadami statystyki matematycznej; a także ze względu na ryzyko konsumenta, które zostanie przedstawione w tym artykule.

### 3. Studium przypadku – podwójna karta cusum

Wszystkie dane dotyczące analizowanych klas betonów (przed transformacją) i obliczenia dla rodziny betonu dla przyjętej klasy odniesienia C20/25 przedstawiono w tablicy 1. Podstawowa analiza do formułowania wykresu CUSUM jest następująca:

- Średnia wytrzymałość na ściskanie (MS): 40,0 MPa
- Odchylenie standardowe ( $\sigma$ ): 5,02 MPa (odchylenie standardowe wytrzymałości na ściskanie dla produkcji początkowej)
- Docelowa średnia wytrzymałość na ściskanie (TMS) =  $f_{ck} + 2\sigma$ , zgodnie z (6):  $TMS = 25 + 2(5,02) = 35,04$  MPa.

Kolumna 1 tablicy 1 przedstawia klasę betonu, kolumna 2 przedstawia kostkową wytrzymałość na ściskanie ( $x_i$ ) po 28 dniach przed transformacją, a w kolumnie 3 znajduje się obliczone odchylenie (zarówno dodatnie, jak i ujemne) o TMS (35,04 MPa) od  $x_i$ . Wartości CUSUM dla wszystkich klas betonu (i) obliczone dla poszczególnych próbek, w celu późniejszej graficznej prezentacji w postaci konwencjonalnej karty CUSUM, przedstawiono w kolumnie 4. Kolumna 5 przedstawia wytrzymałość na ściskanie ( $x_i$ ) po transformacji. W kolumnie 6 obliczane są odchylenia TMS (35,04 MPa) od  $x_i$  (zarówno dodatnie, jak i ujemne) dla rodziny betonu. Wartości CUSUM dla rodziny betonu przedstawiono w kolumnie 7.

Wykres wytrzymałości na ściskanie dla poszczególnych klas betonu oraz transponowanych wartości wytrzymałości dla rodziny betonu wskazuje na wątpliwości dotyczące połączenia wszystkich klas betonu w jedną rodzinę betonu (rys. 1 oraz tablica 1 - kolumna 2 i 5).

Generalnie, nachylenie w górę wykresu CUSUM wskazuje na wzrost średniej wytrzymałości i odchylenia standardowego, a nachylenie w dół odzwierciedla zmniejszenie. Pożądana jest minimalna fluktuacja wyników badań wytrzymałości na ściskanie względem docelowej średniej wytrzymałości. Zgodnie z rysunkiem

of concrete mixtures, which is both to the benefit of the producer and the consumer. The producers can improve the quality of their product and are able to detect changes in their production more rapidly. The consumers, for their part, get a higher assurance of the quality of the obtained product. Practically, the approach of combining all produced concrete classes is not justified and it is not in accordance with the principles of mathematical statistics; and also because of consumer loss, which will be presented in this paper.

### 3. Case study – dual cusum chart

All concrete classes data (before transformation) and calculated values of concrete family for reference class C20/25 has been presented in Table 1. The basic analysis for formulating a CUSUM chart is as follows:

- Mean Sample (MS): 40.0 MPa
- Standard Deviation ( $\sigma$ ) : 5.02 MPa (Standard Deviation of compressive strength from the initial production)
- Target Mean Strength (TMS) =  $f_{ck} + 2\sigma$ , according to (6), so:  $TMS = 25 + 2(5.02) = 35.04$  MPa.

Column 1 of Table 1 represents concrete class, column 2 represents the 28-day cube compressive strength ( $x_t$ ) before transformation and in column 3 the deviations (both positive and negative) of TMS (35.04 MPa.) from  $x_i$  are calculated. This data of the CUSUM values are plotted against the concrete class (i) of samples to obtain a graphical representation of the conventional CUSUM plot which is presented in column 4. Column 5 represents the compressive strength ( $x_i$ ) after transformation. In column 6, the deviations (both positive and negative) of TMS (35.04 MPa) from  $x_i$  for concrete family are calculated. The CUSUM values for concrete family is presented in column 7.

The compressive strength plot for individual concrete classes and the concrete family already indicates doubts regarding the connection of all concrete classes in one concrete family (Fig. 1 and Table 1 – column 2 and 5).

In general, upward slopes the CUSUM plot indicate an increase in mean strength and standard deviation, and downward slopes reflect a reduction. Minimum fluctuation of test strength of the target mean strength is desirable. As per Fig. 2, the trend of the graph for the CUSUM plot for all individual concrete classes before transformation, shows an increase in the strength trend up to sample no. 14, (C8/10), after which at sample no. 15 the strength falls below the specified strength of 25 MPa. Though there is again a recovery of strength up to sample no. 17, the strength again falls below the specified strength at sample no. 18. Thereafter, the CUSUM plot shows a negative trend up to sample no.30. This high degree of fluctuation of mean strength and standard deviation reveals that the system of quality monitoring adopted by the RMC plant under study is inadequate. This also increases the risk of the client. After transformation in the concrete family for the C 20/25 concrete class, the CUSUM plot shows an increasing trend but the trend



Tablica 1 / Table 1

OBLICZANIE WYKRESÓW CUSUM BEZ TRANSFORMACJI DLA WSZYSTKICH KONKRETNYCH KLAS I Z TRANSFORMACJĄ DLA KONKRETNEJ RODZINY Z DANYMI Z (2)

CALCULATION OF CUSUM CHARTS WITHOUT TRANSFORMATION FOR ALL CONCRETE CLASSES AND WITH TRANSFORMATION FOR CONCRETE FAMILY WITH DATA FROM (2)

Klasa betonu Concrete class (1)	28-dniowa wytrzymałość na ściskanie 28-Day Compressive Strength, MPa (2)	$x_i$ -MS MPa (3)	CUSUM dla wszystkich klas betonu CUSUM for all concrete class MPa (4)	Transformacja wytrzymałości na ściskanie, Transformation Compressive Strength, MPa (5)	$x_i$ -MS MPa (6)	CUSUM dla rodziny betonu CUSUM for concrete family MPa (7)
C30/37	47,9	7,9	7,9	40,9	0,9	0,9
C30/37	44,2	4,2	12,1	37,2	-2,8	-1,9
C30/37	43,6	3,6	15,7	36,6	-3,4	-5,3
C25/30	48,6	8,6	24,3	48,6	8,6	3,3
C25/30	47,2	7,2	31,5	47,2	7,2	10,5
C20/25	39	-1	30,5	45	5	15,5
C20/25	39,5	-0,5	30	45,5	5,5	21
C20/25	40,4	0,4	30,4	46,4	6,4	27,4
C25/30	46,6	6,6	37	46,6	6,6	34
C25/30	44,8	4,8	41,8	44,8	4,8	38,8
C25/30	44,1	4,1	45,9	44,1	4,1	42,9
C25/30	37,1	-2,9	43	37,1	-2,9	40
C25/30	43,1	3,1	46,1	43,1	3,1	43,1
C25/30	40,2	0,2	46,3	40,2	0,2	43,3
C8/10	12,4	-27,6	18,7	34,4	-5,6	37,7
C8/10	13,1	-26,9	-8,2	35,1	-4,9	32,8
C25/30	40,8	0,8	-7,4	40,8	0,8	33,6
C25/30	47,9	7,9	0,5	47,9	7,9	41,5
C20/25	26,8	-13,2	-12,7	32,8	-7,2	34,3
C20/25	32,8	-7,2	-19,9	38,8	-1,2	33,1
C25/30	42,5	2,5	-17,4	42,5	2,5	35,6
C25/30	42,9	2,9	-14,5	42,9	2,9	38,5
C25/30	41,4	1,4	-13,1	41,4	1,4	39,9
C25/30	41,1	1,1	-12	41,1	1,1	41
C25/30	32,1	-7,9	-19,9	32,1	-7,9	33,1
C25/30	29	-11	-30,9	29	-11	22,1
C30/37	39,9	-0,1	-31	32,9	-7,1	15
C30/37	47,8	7,8	-23,2	40,8	0,8	15,8
C20/25	33	-7	-30,2	39	-1	14,8
C20/25	35,2	-4,8	-35	41,2	1,2	16
C20/25	34,9	-5,1	-40,1	40,9	0,9	16,9

2, tendencja dla wykresu wytrzymałości, dla wszystkich klas betonu przed transformacją, wykazuje wzrost wytrzymałości do próbki nr 14, (C8/10), po czym w przypadku próbki nr 15 wytrzymałość spada poniżej przyjętej wytrzymałości charakterystycznej dla klasy betonu odniesienia 25 MPa. Chociaż ponownie dochodzi do uzyskania wytrzymałości dla próbki nr 17, wytrzymałość ponownie spada poniżej określonej wytrzymałości w przypadku próbki nr 18. Następnie wykres CUSUM wykazuje ujemną tendencję aż do próbki nr 30. Ten wysoki stopień wahań średniej wytrzymałości i odchylenia stan-

has fewer deviations from TMS than the CUSUM before transformation in the concrete family. At sample no. 14, the CUSUM plot before transformation and the CUSUM after transformation show an identical trend, beyond which both the plots show a downward trend, but the deviations on the negative side are fewer (16.9 MPa) for the CUSUM plot after transformation than the deviations of the CUSUM plot before transformation (-40.1 MPa) up to sample no. 30 (Table 1, Fig. 2).

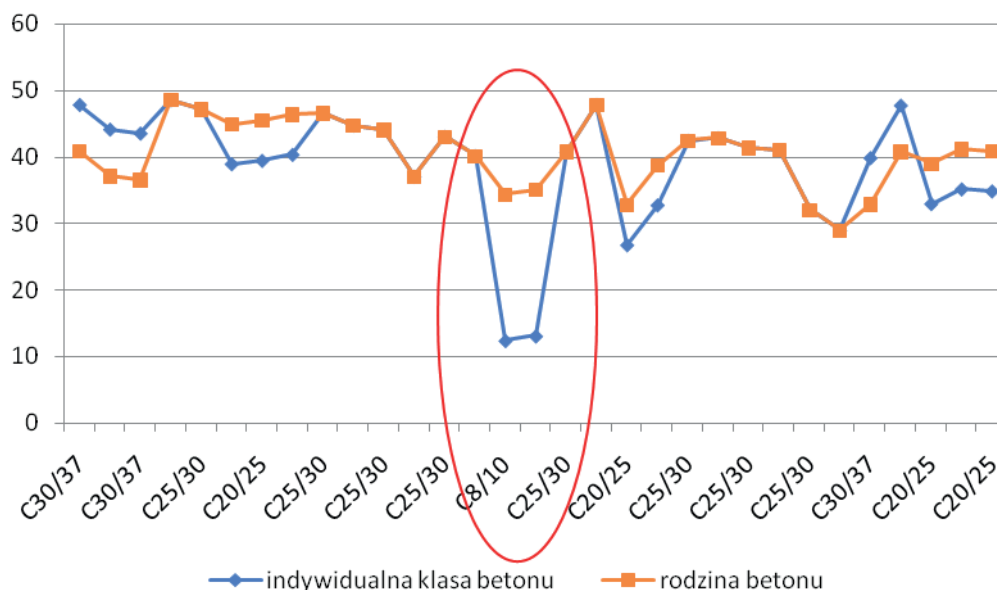
standardowego wykazuje, że system monitorowania jakości wytwarzanego betonu, przyjęty przez wytwórnictwo betonu towarowego, jest niewystarczający i zwiększa ryzyko klienta. Po transformacji wszystkich klas betonu w przyjętą rodzinę betonu klasy betonu C 20/25 wykres CUSUM wykazuje tendencję rosnącą, a obliczony kierunek ma mniej odchyżeń od TMS niż wykres CUSUM przed transformacją. Na próbce nr 14, wykres CUSUM przed transformacją i CUSUM po transformacji wykazują identyczny kierunek, po przekroczeniu którego oba wykresy wykazują tendencję spadkową, ale odchylenia po stronie ujemnej są mniejsze (16,9 MPa) dla wykresu CUSUM po transformacji niż odchylenia wykresu CUSUM przed transformacją (-40,1 MPa) do próbki nr 30 (tablica 1, rys. 2).

Podwójny wykres CUSUM pokazuje, że stosowanie koncepcji rodziny przy grupowaniu klas betonu z bardzo szerokiego zakresu jest niekorzystne. Wyniki badań różnych członków rodziny są łączone i badane razem. „Złe” wyniki badań mogą być maskowane przez „dobre” wyniki badań. Tak więc, koncepcja rodziny może w praktyce posłużyć do ukrycia „złej” produkcji.

Wadę łączenia klas betonu w rodzinę betonu potwierdził także test Levene’a, test parametryczny równości średnich. Potwierdził on, że przy poziomie istotności 0,05, hipoteza zerowa równości średnich wytrzymałości na ściskanie dla klasy betonu C8/10 i średniej wytrzymałości na ściskanie dla rozważanej rodziny betonu powinna zostać odrzucona.

### 3.1. Zastosowanie v-mask do kart cusum

Aby potwierdzić, czy zaszła znacząca zmiana w wytrzymałości na ściskanie analizowanej rodziny betonu, przezroczysta maska w kształcie obciętego „V” jest umieszczana na ostatniej próbce wykresu CUSUM, co pokazano na rysunku 3. Jeśli wykres pozostaje w granicach maski, nie zaszły żadne znaczące zmiany, tzn. jakość betonu nie odbiegała wyraźnie od pożądanego poziomu. Występujące odchylenia są dopuszczalne i wynikają z niekontrolowanych czynników losowych. Jeśli jednak wykres przekracza granicę, to można wykryć znaczną tendencję i wymagane jest działanie korygujące jakość produkowanego betonu. Maska ta jest stosowana do wykresu za każdym razem, gdy dodawany jest nowy wynik i wykonywana jest dalsza kontrola. V-maska konstruowana jest jako połączenie trzech prostych linii, mianowicie podstawy ściętego V i dwóch nachylonych linii łączących podstawę. Baza V-maski nazywana jest interwałem decyzyjnym (DI), a jej długość



Rys. 1. Wytrzymałość na ściskanie dla poszczególnych klas betonu i rodziny betonu

Fig. 1. The compressive strength for individual concrete classes and the concrete family

The dual CUSUM chart shows that there exists a disadvantage in using the family concept when grouping the concrete classes from a very wide range. The test results of the different family members are combined and tested together, “bad” test results can be masked by “good” test results. So, the family concept, in practice, can be used to disguise “bad” production.

The disadvantage of combining concrete classes in the concrete family was also confirmed by the Levene test, the parametric test for equality of means, which confirmed that at the 0.05 significance level, the null hypothesis of the equality of means compressive strength for the C8/10 concrete class and mean compressive strength for the considered concrete family should be rejected.

### 3.1. Application of v-mask to cusum charts

To confirm whether a significant change has occurred, a transparent mask, in the shape of a truncated “V” is placed over the last CUSUM plotted with the designated lead point shown in Fig. 3 superimposed over it. If the plot remains inside the boundaries of the mask, no significant change has occurred, that is, the concrete quality has not deviated from the desirable level significantly. The deviations that have occurred are acceptable and these are due to uncontrollable random factors. However, if the plot crosses a boundary, a significant trend can be detected and action is required. This mask is applied to the plot each time a new result is added and a further check is made. The V mask is drawn joining three straight lines, namely, the base of the truncated V and the two inclined lines joining the base. The base is called the decision interval (DI) and its length is  $8.1 \sigma$ . The gradient of the two symmetrically placed inclined lines is  $\sigma / 6$  in the case of the mask meant for detecting a significant change in mean, being the plant standard deviation. The literature gives many examples of the use of the V-mask for the CUSUM chart as a daily tool for quality monitoring (6, 15, 16).

wynosi  $8,1\sigma$ . Gradient dwóch symetrycznie umieszczonych nachylonych linii wynosi  $\sigma/6$ , w przypadku maski przeznaczonej do wykrywania znaczącej zmiany średniej uzależnionej od odchylenia standardowego. W literaturze podano wiele przykładów zastosowania V-maski do wykresu CUSUM jako codziennego narzędzia do monitorowania jakości (6, 15, 16).

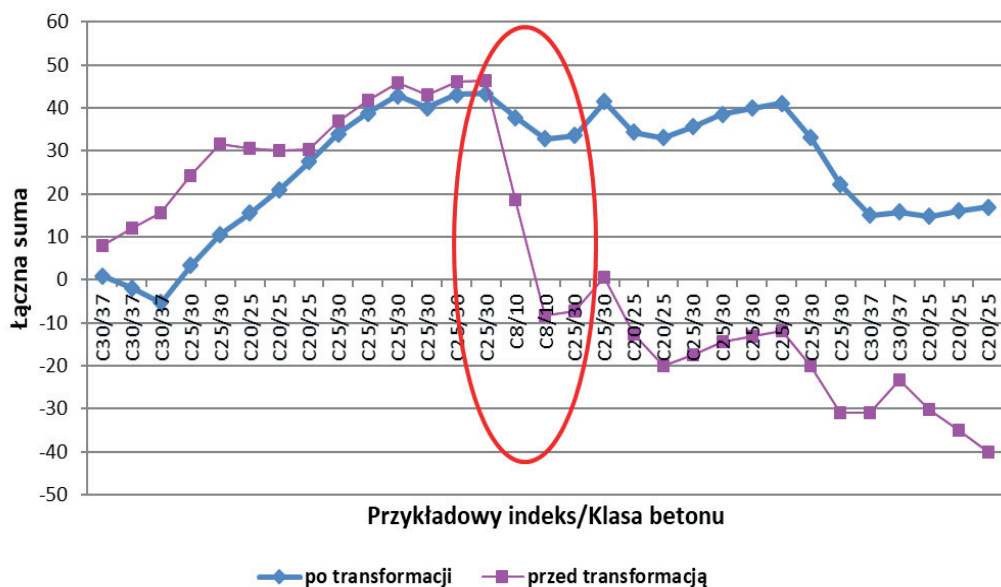
Na rysunku 3 można stwierdzić, że umieszczając punkt wiodący maski na próbce nr 16, wartości CUSUM dla próbek 4 do 15 wykraczają poza granicę maski, co jest sygnałem, że nastąpiła znacząca zmiana w wytrzymałości na ściskanie betonu lub znaczącej zmianie uległa klasa betonu, próbka nr. 7 (39,5 MPa).

W związku z tym należy zbadać podstawową przyczynę tej zmiany. Może istnieć problem z transformacją przyjętej klasy betonu do analizowanej rodziny betonu. Zatem ta klasa betonu powinna zostać odrzucona z tej rodziny betonu. W ten sposób można zapobiec zamaskowanym „złym” wynikom badań i niewłaściwej transformacji w rodzinę betonu oraz tendencji spadkowej wykresu CUSUM. Wykres CUSUM dla rodziny betonu pozostaje w granicach V-Mask (green V-mask). Wykres CUSUM dla rodziny betonu pozostaje w granicach V-Mask, więc „złe” wyniki pomiaru można zamaskować „dobrymi” wynikami, wyniki badania klasy betonu C8/10 można zamaskować wynikami badań wyższej klasy betonu.

### 3.2. Krzywe OC i AOQ w jakości wytrzymałości betonu na ściskanie

Korzystając z koncepcji rodziny, producenci betonu są w stanie sprawdzić zgodność na większej liczbie mieszanek betonowych, co przynosi korzyści zarówno producentowi, jak i konsumentowi. Producent może poprawić jakość swojego produktu i jest w stanie szybciej wykryć zmiany w swojej produkcji. Konsument ze swojej strony uzyskuje większą pewność co do jakości uzyskanego produktu. Istnieje jednak również wada w korzystaniu z koncepcji rodziny. Ponieważ wyniki badań różnych członków rodziny są łączone i badane razem, „złe” wyniki mogą być maskowane „dobrymi” wynikami.

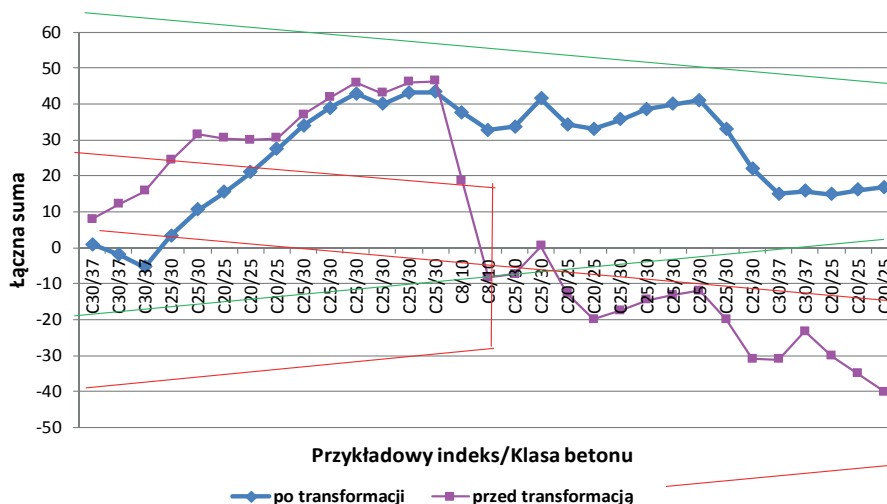
Dlatego łączenie klasy betonu w rodzinę betonu zostanie zweryfikowane za pomocą



Rys. 2. Podwójny wykres CUSUM

Fig. 2. Dual CUSUM plot

In Fig. 3, it is evident that by putting the lead point of the mask on sample no. 16, the CUSUM plot sample numbers 4 to 15 go beyond the boundary of the mask, which is a signal that a significant change has taken place in the compressive strength of concrete, or a significant change of concrete class, sample no. 7 (39.5 MPa). At this point, the root cause of this change has to be investigated. There might be a problem with transformation in this concrete class in this family. Thus, this concrete class should be rejected from this concrete family. Thus the masked “bad” test results and a wrong transformation in the concrete family and the downward trend of the CUSUM plot can be prevented. The CUSUM plot for concrete family remains within the boundary of the V-Mask (green V-mask). The CUSUM plot for concrete family remains within the boundary of the V-Mask, so “bad” test results can be masked by



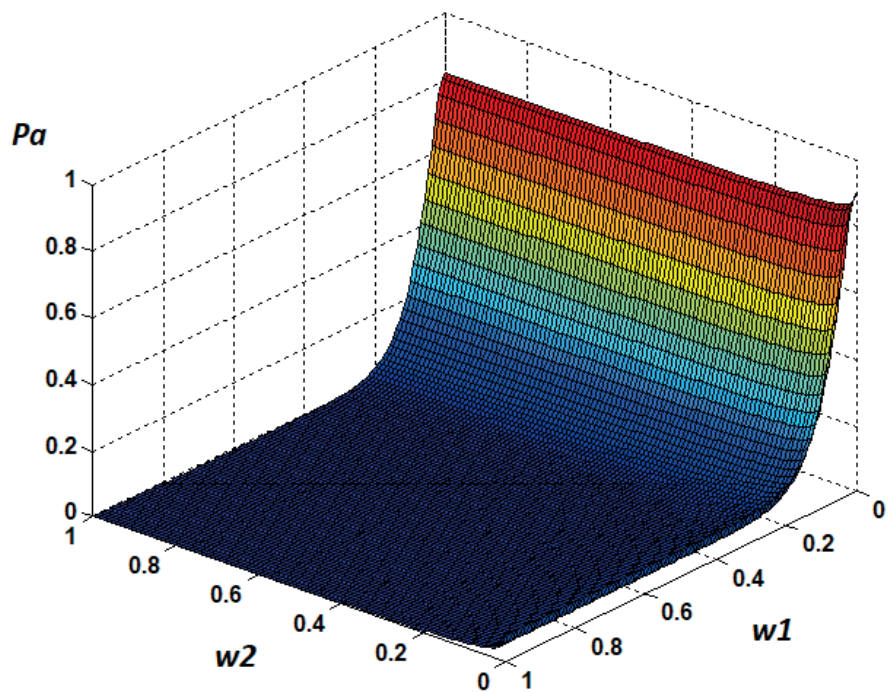
Rys. 3. Podwójny wykres CUSUM z V-Mask

Fig. 3. Dual CUSUM plot with V-Mask

krzywych OC i AOQ. Przeanalizowano łączenie w jedną rodzinę dwóch klas betonu o nieznanach wadliwościach ( $w_1$  i  $w_2$ ), dla których jedna klasa to 15 wyników badań wytrzymałości na ściskanie i nieznaną wadliwość ( $w_1$ ) i 2 wyników badań drugiej klasy betonu i nieznaną wadliwość ( $w_2$ ).

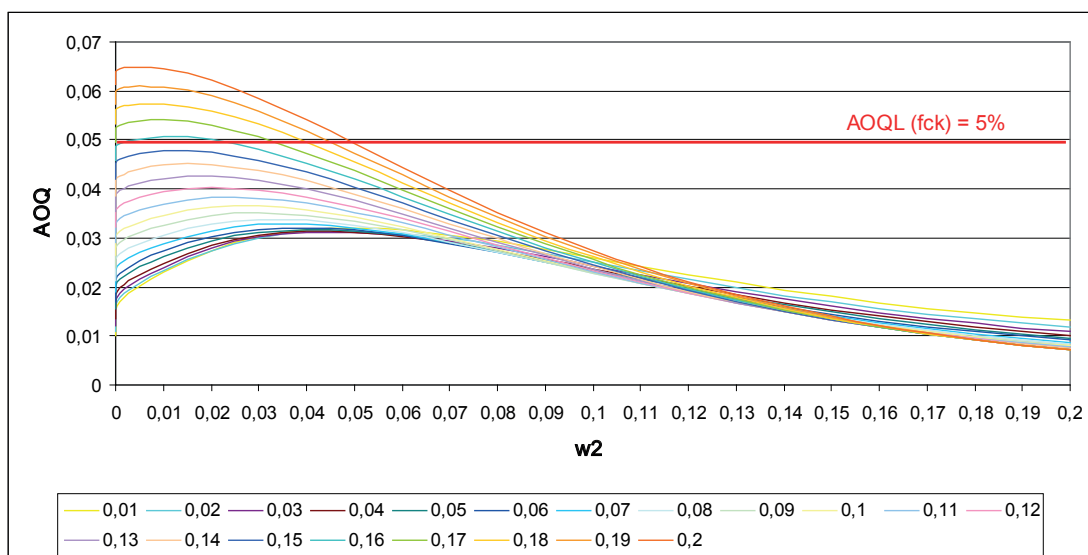
Odchylenie standardowe jest znane,  $SD1 = SD2 = 5$  MPa. Krzywa OC i AOQ są obliczane za pomocą symulacji Monte Carlo i są pokazane na rysunkach 4 i 5. Prawdopodobieństwa warunkowe akceptacji  $P_a$  są zilustrowane na rysunku 4. Na ostatnim rysunku 5, wykres AOQL jest pokazany jako 5%-kwantyl teoretycznego rozkładu wytrzymałości na ściskanie.

Rysunek 5 wykazuje, że jakość (oparta na koncepcji AOQL) jest uzyskiwana dla betonu odniesienia w przypadku, gdy do rodziny zostanie dodany beton o wadliwości nie większej niż 15%, w innych przypadkach nie uzyskano założonej jakości ( $f_{ck} = 0,05$  dla betonu odniesienia). Oznacza to, że dla szerokiego zakresu



Rys. 4. Krzywa OC dla rodziny betonu z dwiema klasami betonu

Fig. 4. OC curve for concrete family with two concrete classes



Rys. 5. Krzywa AOQ dla konkretnej rodziny z dwoma konkretnymi klasami

Fig. 5. AOQ curve for concrete family with two concrete classes

łączonych klas w jedną rodzinę betonu oraz przy obecnych kryteriach zgodności, złe wyniki pomiaru mogą być maskowane przez dobre wyniki (rys. 5).

#### 4. Wnioski

Wykresy CUSUM są bardziej czułe niż inne systemy w wykrywaniu zmian o małym natężeniu, doświadczanych przy produkcji betonu. Poprzez interpretację wykresu łatwo identyfikuje się kierunek zmian wyników analizując nachylenie wykresu. Zmiany nachylenia pomagają wskazać przybliżoną datę i numer próbki, w której nastąpiła

“good” test results, test results of C8/10 concrete class can be masked by test results of a higher concrete class.

#### 3.2. OC and AOQ curves in compressive strength quality of concrete

By using the family concept, concrete producers are able to check for conformity on a higher number of concrete mixtures, which is both to the benefit of the producer and the consumer. The producers can improve the quality of their product and are able to detect changes in their production more rapidly. The consumers, for their part, get a higher assurance of the quality of the obtained product.



zmiana klasy betonu. Następnie dalsze sprawdzanie może być skoncentrowane na materiałach lub technologiach produkcyjnych występujących w tym dniu. Nachylenie wykresu można wykorzystać do określenia wielkości zmiany. W konwencjonalnej metodzie CUSUM można pokazać podwójny wykres przed i po transformacji klas betonu. Istnieje jednak również wada w korzystaniu z koncepcji rodziny. Ponieważ wyniki pomiarów różnych członków rodziny są łączone i badane razem, „złe” wyniki mogą być maskowane „dobrymi” wynikami. W praktyce może to być główny problem w korzystaniu z koncepcji rodziny, ponieważ można go wykorzystać do zamaskowania „złej” produkcji. Zastrzeżenia te potwierdziło zastosowanie kart kontrolnych CUSUM na przykładzie zgrupowanych poszczególnych klas betonu w rodzinę betonu. Podwójna karta CUSUM może być skutecznym narzędziem monitorowania wytrzymałości na ściskanie dla koncepcji rodzin betonu. Zasada rodziny betonu i kontrola zgodności poszczególnych członków rodziny dla różnych klas betonu z szerokim zakresem klas prowadzi do większego ryzyka konsumenta i zmniejszonego ryzyka dla producenta (3, 10), ponieważ wyższą liczbę wyników badań próbek można wykorzystać do przeprowadzenia kontroli zgodności. Wprowadzana jest niepewność związana z relacją transformacji między wynikami wytrzymałości członków rodziny różnych klas: niższych i wyższych klas betonu, strukturalnych i niestrukturalnych klas betonu oraz klasy betonu z największą liczbą wyników badań przyjętego jako beton odniesienia. Dlatego na etapie analiz należy zweryfikować hipotezę (np. przy poziomie ufności 90% lub 95%) o równości średnich wytrzymałości na ściskanie, łącząc klasy betonu w rodzinę betonu.

Przeprowadzone analizy potwierdziły, że w przypadku łączenia klas w rodzinę betonu, zgodnie z zasadą proporcjonalności wytrzymałości na ściskanie, należy kierować się logiką i racjonalnością. Nie jest uzasadnione łączenie betonu konstrukcyjnego i betonu niekonstrukcyjnego, a takie przypadki występują bardzo często w studium przypadków z produkcji. Połączenie wszystkich klas betonu z zakresu klas zalecanych w Eurokodzie nie jest zgodne z zasadami statystyki, co potwierdza przeprowadzony test Levene’a o równości średnich na poziomie istotności 0,05 dla analizowanych danych.

## Literatura / References

1. S. Debasis, D. Goutam, Design and Application of Risk Adjusted Cumulative Sum (RACUSUM) for Online Strength Monitoring of Ready Mixed Concrete, INDIAN INSTITUTE OF MANAGEMENT AHMEDABAD, INDIA, W.P. No.2008-08-01, 2008.
2. D. C. Montgomery, "The Economic Design of Control Charts: A Review and Literature Survey", *Journal of Quality Technology*, **12**, 75 – 87 (1980).
3. D. C. Montgomery, W. H. Woodall, "Discussion on Statistically Based Process Monitoring and Control", *Journal of Quality Technology*, **29**, 121-162 (1997).
4. D. C. Montgomery, *Introduction to statistical quality control*, Wiley, New York 2008, *NIST/SEMATECH e-handbook of statistical methods*. (2003). "Anderson Darling test." (<http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda35e.htm>) (Dec. 14, 2007).

There also exists, however, a disadvantage in using the family concept. Since the test results of the different family members are combined and tested together, "bad" test results can be masked by "good" test results.

Therefore, the grouped concrete class in the concrete family will be verified with OC and AOQ curves. In the case of a concrete family with two concrete classes - 15 test results of a reference concrete with unknown fraction defectives ( $w_1$ ) and 2 test results of the other concrete class with unknown fraction defectives ( $w_2$ ).

The standard deviation is known  $SD_1=SD_2= 5$  MPa. The OC-surface and AOQ curve are calculated by Monte Carlo simulation and are illustrated in Figs. 4 and 5. The conditional probabilities of acceptance  $P_a$  are illustrated in Fig. 4. In this last Fig. 5, the AOQL is illustrated as a 5%-fractile of the theoretical strength distribution.

Fig. 5 indicates that the specified quality (based on the AOQL concept) is obtained for the reference concrete, in the case when the percentage defective is lower than 15% for the concrete class is added to the family, in other cases that the specified quality is not obtained. This indicates that with the current conformity criteria bad test results can be masked by good test results (Fig. 5).

## 4. Conclusions

CUSUM charts are more sensitive than other systems in detecting changes of small magnitude experienced with concrete production, and reliable decisions can be made based on fewer results. Examination of the graphical plot readily identifies the trend of results from the general slope of the graph. Alterations in the slope help to indicate the approximate date and sample number when a change in concrete class occurred. Subsequent investigation can then be concentrated on materials or production technologies occurring on that date. The slope of the graph can be used to determine the magnitude of change. In the conventional CUSUM method, the dual plot before and after the transformation of concrete classes can be shown. There also exists, however, a disadvantage in using the family concept. Since the test results of the different family members are combined and tested together, "bad" test results can be masked by "good" test results. Thus, in practice this is the main problem in using the family concept, as it could be used to disguise "bad" production. This objections confirmed by the use of CUSUM control charts for the example of grouped of individual concrete classes in the concrete family. This dual CUSUM model can be a more effective strength monitoring tool for the concrete families. The method of concrete family and the conformity control of individual family members for different concrete classes with a wide range of concrete classes, leads to higher risk for the consumer risk and a lower risk to the producer (3, 10), because a higher number of samples test results can be used to perform the conformity control. Uncertainty is being introduced, which is related to the transformation relation between the strength results of family members for different classes: lower and higher concrete classes, structural and non-structural concrete classes and the reference

5. D. Sarkar, B. Bhattacharjee, "Quality Monitoring of Ready Mixed Concrete Using Cusum System" *Indian Concrete Journal*, **7**, 1060-1065 (2003).
6. D. Sarkar, B. Bhattacharjee, "Quality Monitoring of Ready Mixed Concrete Using Cusum System" *Indian Concrete Journal*, **7**, 1060-1065 (2003).
7. A. L. Goel, S. M. Wu, "Economically Optimum Design of CUSUM Charts", *Management Science*, **19**, 1271 – 1282 (1973).
8. D. M. Hawkins, D. H. Olwell, *Cumulative sum charts and charting for quality improvement*, Springer, New York 1998.
9. J. Jasiczak, Kryteria kontroli stabilizacji wytrzymałości betonu na ściskanie określone metodami probabilistycznymi, WPP, Poznań 1992.
10. N. L. Johnson, F. C. Leone, "Cumulative Sum Control Charts - Mathematical Principles Applied to their Construction and Use", *Industrial Quality Control*, **18**, 15 – 21 (1962).
11. S. Steiner, R. Cook, "Monitoring Surgical Performance Using Risk Adjusted Cumulative Sum Charts", *University of Waterloo*, London 2000.
12. J. M. Lucas, "The Design and Use of V-Mask Control Schemes", *Journal of Quality Technology*, **8**, 1 – 12 (1976).
13. W. H. Woodall, B. M. Adams, "The statistical design of CUSUM charts", *Qual. Eng.*, **5**, 4, 559-570 (1993).
14. W. H. Woodall, "The statistical design of quality control charts", *Statistician*, **34**, 2, 155-160 (1985).
15. W. H. Woodall, "The design of CUSUM quality control charts", *Journal of Quality Technology*, **18**, 99-102 (1986).
16. B. Badziąg, P. Kurzydym, Zastosowanie koncepcji rodzin betonów w kontroli zgodności betonu projektowanego, BTA, 50-55, 2009.
17. G. Bajorek, M. Kiernia-Hnat, Kontrola zgodności betonu z zastosowaniem koncepcji rodzin betonów, BTA, 67-69, 2014.
18. R. Caspeele, L. Taerwe, Conformity control of concrete based on the "concrete family" concept. 5<sup>th</sup> International Probabilistic Control, pp. 241 – 252, Ghent 2007.
19. CEN: 13901: 2000, The use of the concept of concrete families for the production and conformity control of concrete, CEN Technical Report, 2000.
20. L. Czarnecki, Beton według normy PN-EN 206-1 – komentarz, Polski Cement, Kraków, 2004.
21. T. A. Harrison, The use of concrete families in the control of concrete. Proceedings International Congress 'Creating with Concrete', 'Utilising Ready-mixed Concrete and Mortar', pp. 269-276, 1999.
22. M. Heim, D. Zeh, Konformitätskontrolle unter Nutzung des Betonfamilienkonzepts - ein Beispiel für die praktische Umsetzung, *Beton*, **5**, 210-219 (2007).
23. Z. Kohutek, Rodzina betonów - geneza pojęcia, terminologia, kryteria, ogólne zasady kreacji, *Przegląd Budowlany*, **10**, 26- 31 (2010).
24. L. J. Ping, S. G. Hong, G. L. Yong, Use of "concrete family" concept for conformity control of ready mixed concrete, 35<sup>th</sup> Conference on Our World in Concrete & Structures, Singapore, 25 - 27 August 2010.
25. PN-EN 206: 2003 Beton. Wymagania, właściwości, produkcja i zgodność.
26. I. Soroka, "An application of statistical procedures to quality control of concrete", *Mater. Struct.*, **15**, 437-441 (2006).
27. L. Taerwe, R. Caspeele, Conformity control of concrete: some basic aspects, Proceedings 4<sup>th</sup> International Probabilistic Symposium, pp. 57-70, Berlin 2006.
28. L. Taerwe, R. Caspeele, Conformity control of concrete based on the concrete family concept, DOI: 10.1002/best.200810114
29. J. M. Lucas, "Combined Shewhart-CUSUM Quality Control Schemes", *Journal of Quality Technology*, **14**, 51 – 59 (1982).

concrete with the highest number of test results of considerable concrete classes. Therefore, at the stage of analyses there should be verification of the hypothesis (e.g. at a confidence level of 90% or 95%) of the equality of medium compressive strengths, when combining concrete classes in the concrete family.

The performed analyses have confirmed, that in the case of combining the classes into a concrete family, according to the principle of proportionality of compressive strength, one should be guided by logic and rationality. It is not justified to combine structural concrete and non-structural concrete, and such cases occur very often in the case studies from production in references. The combining of all concrete classes from the concrete classes range recommended in code is not compatible to the principles of statistics, as confirmed by the used Levene's test for equality of means at the significance level of 0.05 for analysed data.